

INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Parte 9A

Lógica Proposicional

Representação de Argumentos



1 – Lógica Proposicional

1.1 – Introdução:

- É um **formalismo matemático** do qual pode-se abstrair a estrutura de um **argumento**, eliminando possíveis ambiguidades próprias da linguagem natural.
- Compreende-se por uma **linguagem formal** e por um conjunto de **regras de inferência**, baseada na **tabela verdade** da **lógica booleana**, os quais permitem analisar um argumento de forma precisa e avaliar a sua validade.

1 – Lógica Proposicional

1.1 – Introdução:

- Entende-se como um **argumento** uma sequência de **premissas** seguida de uma **conclusão**.
- Dizemos que um **argumento é válido** quando sua conclusão é uma consequência necessária de suas premissas.

Por exemplo:

- *Sempre que chove, o trânsito fica congestionado.*
- *Está chovendo muito.*
- *Logo, o trânsito está congestionado.*

O argumento é válido, pois é uma consequência necessária de suas premissas.

1 – Lógica Proposicional

1.1 – Introdução:

Princípios (axiomas) da Lógica Proposicional:

- princípio da não contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- princípio do terceiro excluído: Uma proposição só pode assumir um de dois valores possíveis, ou verdadeiro ou falso, não meio termo (verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro. Bivalência).
- princípio da identidade: Se uma proposição é verdadeira ela é verdadeira e se uma proposição é falsa ela é falsa.

1 – Lógica Proposicional

1.2 – Proposições:

- Entende-se por proposição uma declaração afirmativa a qual se pode associar um valor verdadeiro ou falso, mas não ambos.

Por exemplo:

- *O Brasil fica na América. (É uma proposição verdadeira.)*
 - *A lua é de queijo. (É uma proposição falsa.)*
- A **proposição** é o elemento básico a partir do qual os argumentos são construídos, sendo também o principal objeto de estudo na lógica **proposicional**.

1 – Lógica Proposicional

1.3 – Sintaxe:

- Os símbolos usados como constantes (**valores-verdade**):
 - *False, Falso, 0, $\perp$*
 - *True, Verdadeiro, 1, $\top$*
- **Conectivos lógicos**, na ordem de precedência:
 - $\neg, \sim$ (no, **negação**):
 - $\wedge$ (and, **conjunção**):
 - $\vee$ (or, **disjunção**):
 - $\oplus$ (Xor, **disjunção exclusiva**):
 - $\rightarrow, \Rightarrow$ (**implicação**, condicional):
 - $\leftrightarrow, \Leftrightarrow$ (**se e somente se**, bicondicional):

Utiliza-se parênteses para uma ordem diferente, por exemplo:

$\neg p \wedge q$ é diferente de $\neg(p \wedge q)$

1 – Lógica Proposicional

1.3 – Sintaxe:

- Símbolos **proposicionais**:
 - letras minúsculas do alfabeto latino, por exemplo: p, q
- **Fórmulas genéricas**:
 - letras minúsculas do alfabeto grego, por exemplo: α, β

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula	Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
alfa	α	A	ni	ν	N
beta	β	B	ksi	ξ	Ξ
gama	γ	Γ	omicron	$\omicron$	O
delta	δ	Δ	pi	π	Π
épsilon	ϵ	E	rho	ρ	P
dzeta	ζ	Z	sigma	σ	Σ
eta	η	H	tau	τ	T
teta	θ	Θ	upsilon	υ	Y
iota	ι	I	phi	ϕ	Φ
capa	κ	K	khi	χ	X
lâmbda	λ	Λ	psi	ψ	Ψ
mi	μ	M	ômega	ω	Ω

1 – Lógica Proposicional

1.3 – Sintaxe:

- A forma $\neg\alpha$ é denominada **negação** da fórmula α , e dizemos que $\neg\alpha$ e α são fórmulas **complementares**.
- A forma $\alpha \wedge \beta$ é denominada **conjunção**.
- A forma $\alpha \vee \beta$ é denominada **disjunção**.
- A forma $\alpha \rightarrow \beta$ é denominada **condicional**, sendo α o seu **antecedente** e β o seu **consequente**.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Utiliza-se a lógica proposicional para formalizar um argumento escrito originalmente em linguagem natural.
- Deve-se reconhecer as proposições e conectivos que compõem o argumento, de modo que possamos expressá-lo usando **fórmulas bem formadas**.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
 - (1) *Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
 - (2) *Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
 - (3) *Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
 - (4) *Os torcedores não estão contentes.*
 - *Logo...*

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
 - (1) *Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
 - (2) *Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
 - (3) *Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
 - (4) *Os torcedores não estão contentes.*
 - *Logo, o técnico é culpado!*

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
 - (1) *Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
 - (2) *Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
 - (3) *Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
 - (4) *Os torcedores não estão contentes.*
 - *Logo, o técnico é culpado!*

Associa-se um símbolo proposicional à cada proposição:

p: o time joga bem.

q: o time ganha o campeonato.

r: o técnico é culpado.

s: os torcedores contentes.

PASSO

1

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
 - (1) *Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
 - (2) *Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
 - (3) *Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
 - (4) *Os torcedores não estão contentes.*
 - *Logo, o técnico é culpado!*

Escreve-se as fórmulas correspondentes às sentenças do argumento :

(1) $p \rightarrow q$

(2) $\neg p \rightarrow r$

(3) $q \rightarrow s$

(4) $\neg s$

r

**PASSO
2**

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos:

- Como exemplo, vamos formalizar o seguinte argumento:
 - (1) *Se o time joga bem, ganha o campeonato.*
 - (2) *Se o time não joga bem, o técnico é culpado.*
 - (3) *Se o time ganha o campeonato, torcedores ficam contentes.*
 - (4) *Os torcedores não estão contentes.*
 - *Logo, o técnico é culpado!*

Representa-se o argumento:

$$\{p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, q \rightarrow s, \neg s\} \models r$$

PASSO

3

É a ideia de que uma sentença **decorre logicamente** de outra.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

- (1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.
- (2) Se são elegantes, então são altas e magras.
- (3) Aline é elegante.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

- (1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.
- (2) Se são elegantes, então são altas e magras.
- (3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

- (1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.
- (2) Se são elegantes, então são altas e magras.
- (3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

p: ser alta.

q: ser magra.

r: ser elegante.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

- (1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.
- (2) Se são elegantes, então são altas e magras.
- (3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

p: ser alta.

q: ser magra.

r: ser elegante.

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$

(2) $r \rightarrow (p \wedge q)$

(3) r

$(p \wedge q)$

ou

(1) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

(2) r

$(p \wedge q)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 1:

- (1) Quem é alta e magra, é considerada elegante.
- (2) Se são elegantes, então são altas e magras.
- (3) Aline é elegante.

Logo, Aline é alta e magra.

p: ser alta.

q: ser magra.

r: ser elegante.

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$

(2) $r \rightarrow (p \wedge q)$

(3) r

$(p \wedge q)$

ou

(1) $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

(2) r

$(p \wedge q)$

Representação do argumento: $\{(p \wedge q) \leftrightarrow r, r\} \models (p \wedge q)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

- (1) Quem é rico é certo que não precisa de empréstimos.
- (2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.
- (3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

- (1) Quem é rico é certo que não precisa de empréstimos.
- (2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.
- (3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

- (1) Quem é rico é certo que não precisa de empréstimos.
- (2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.
- (3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

p: ser rico.

q: precisar de empréstimo.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

- (1) Quem é rico é certo que não precisa de empréstimos.
- (2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.
- (3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

p: ser rico.

q: precisar de empréstimo.

$$(1) p \rightarrow \neg q$$

$$(2) \neg p \rightarrow (q \oplus \neg q)$$

$$(3) \neg q$$

$$(p \oplus \neg p)$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 2:

- (1) Quem é rico é certo que não precisa de empréstimos.
- (2) Quem não é rico, pode precisar de empréstimos ou não.
- (3) Bia não precisa de empréstimo.

Logo, Bia pode ser rica ou não.

p: ser rico.

q: precisar de empréstimo.

$$(1) p \rightarrow \neg q$$

$$(2) \neg p \rightarrow (q \oplus \neg q)$$

$$(3) \neg q$$

$$(p \oplus \neg p)$$

Representação do argumento: $\{p \rightarrow \neg q, \neg p \rightarrow (q \oplus \neg q), \neg q\} \models (p \oplus \neg p)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

- (1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.
 - (2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.
 - (3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.
- Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

- (1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.
 - (2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.
 - ~~(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.~~
- Logo, Celina não ama os animais.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.

(2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.

~~(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.~~

Logo, Celina não ama os animais.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

- (1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.
- (2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.
- ~~(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.~~

Logo, Celina não ama os animais.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

$$(1) p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(2) \neg p \wedge q$$

$$\neg r$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

- (1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.
- (2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.
- ~~(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.~~

Logo, Celina não ama os animais.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

$$(1) p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(2) \neg p \wedge q$$

$$\neg r$$

Representação do argumento para Celina:

$$\{p \rightarrow (q \wedge r), \neg p \wedge q\} \models \neg r$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.

~~(2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.~~

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Cíntia não ama a natureza.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.

~~(2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.~~

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Cíntia não ama a natureza.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$

(3) $r \wedge \neg q$

$\neg p$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 3:

(1) Quem ama a natureza então ama as plantas e os animais.

~~(2) Celina não ama a natureza mas ama as plantas.~~

(3) Cíntia ama os animais e não ama as plantas.

Logo, Cíntia não ama a natureza.

p: amar a natureza.

q: amar as plantas.

r: amar os animais.

(1) $p \rightarrow (q \wedge r)$

(3) $r \wedge \neg q$

$\neg p$

Representação do argumento para Cíntia:

$\{p \rightarrow (q \wedge r), r \wedge \neg q\} \models \neg p$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou
- (4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.
- (5) Dayse ganhou.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.
- (4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.
- ~~(5) Dayse ganhou.~~

Logo, Daniela pode ser rica, pode ter ganho ou perdido.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.
- (4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.
- ~~(5) Dayse ganhou.~~

Logo, Daniela pode ser rica, pode ter ganho ou perdido.

p: jogar na loteria

q: ficar rico

r: ficar desiludido

s: ganhar

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.
- (4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.
- ~~(5) Dayse ganhou.~~

Logo, Daniela pode ser rica, pode ter ganho ou perdido.

p: jogar na loteria

q: ficar rico

r: ficar desiludido

s: ganhar

$$(1) p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(2) p \rightarrow (s \oplus \neg s)$$

$$(3) s \rightarrow q$$

$$(4) p \wedge r$$

$$(q \oplus \neg q) \wedge (s \oplus \neg s)$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.
- (4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.

Representação do argumento para Daniela:

$$\{p \rightarrow (q \vee r), p \rightarrow (s \oplus \neg s), s \rightarrow q, p \wedge r\} \models (q \oplus \neg q) \wedge (s \oplus \neg s)$$

Logo, Daniela pode ser rica, pode ter ganho ou perdido.

p: jogar na loteria

q: ficar rico

r: ficar desiludido

s: ganhar

$$(1) p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(2) p \rightarrow (s \oplus \neg s)$$

$$(3) s \rightarrow q$$

$$(4) p \wedge r$$

$$(q \oplus \neg q) \wedge (s \oplus \neg s)$$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.
- ~~(4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.~~
- (5) Dayse ganhou.

Logo, Dayse pode ser desiludida.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.
- ~~(4) Daniela jogou na loteria e esta desiludida.~~
- (5) Dayse ganhou.

Logo, Dayse pode ser desiludida.

p: jogar na loteria

q: ficar rico

r: ficar desiludido

s: ganhar

(1) $p \rightarrow (q \vee r)$

(2) $p \rightarrow (s \oplus \neg s)$

(3) $s \rightarrow q$

(5) s

($r \oplus \neg r$)

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 4:

- (1) Quem joga na loteria pode ficar rico ou desiludido.
- (2) Quando se joga na loteria pode-se ganhar ou perder.
- (3) Quem fica rico é porque ganhou.

Representação do argumento para Dayse:

$$\{p \rightarrow (q \vee r), p \rightarrow (s \oplus \neg s), s \rightarrow q, s\} \models (r \oplus \neg r)$$

- (5) Dayse ganhou.

Logo, Dayse é rica ou desiludida.

p: jogar na loteria

q: ficar rico

r: ficar desiludido

s: ganhar

(1) $p \rightarrow (q \vee r)$

(2) $p \rightarrow (s \oplus \neg s)$

(3) $s \rightarrow q$

(5) s

$(r \oplus \neg r)$

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

- (1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.
- (2) Está chovendo e calor.
- (3) Elisa não está assistindo TV.

Logo, ...

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

- (1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.
- (2) Está chovendo e calor.
- (3) Elisa não está assistindo TV.

Logo, Elisa fica em casa.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

- (1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.
- (2) Está chovendo e calor.
- (3) Elisa não está assistindo TV.

Logo, Elisa fica em casa.

p: estar frio.

q: estar chovendo.

r: estar em casa.

s: estar assistindo TV.

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

- (1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.
- (2) Está chovendo e calor.
- (3) Elisa não está assistindo TV.

Logo, Elisa fica em casa.

p: estar frio.

q: estar chovendo.

r: estar em casa.

s: estar assistindo TV.

(1) $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$

(2) $q \wedge \neg p$

(3) $\neg s$

r

1 – Lógica Proposicional

1.4 – Formalização de Argumentos – Exemplo 5:

- (1) Com frio ou chuva, Elisa fica em casa assistindo TV.
- (2) Está chovendo e calor.
- (3) Elisa não está assistindo TV.

Logo, Elisa fica em casa.

p: estar frio.

q: estar chovendo.

r: estar em casa.

s: estar assistindo TV.

(1) $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$

(2) $q \wedge \neg p$

(3) $\neg s$

r

Representação do argumento: $\{(p \vee q) \rightarrow (r \vee s), q \wedge \neg p, \neg s\} \models r$

Bibliografias

Obrigatórias:

1. RUSSELL, Stuart J; NORVIG, Peter. **Inteligência Artificial**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 2004, Capítulo 7.

Bibliografias

Recomendadas:

1. Tese, Capítulo 3, disponível em <http://paginas.fe.up.pt/~lpreis/Tese/Capitulo3.PDF>
2. Pereira, Silvio do Lago. Lógica Proposicional, IME, USP, SP.
3. Loureiro, Antonio Alfredo Ferreira. Fundamentos da Lógica Proposicional, UFMG/ICEx/DCC.
4. <http://pt.scribd.com/doc/70460341/Exercicios-Logica-Proposicional-1>
5. <https://rodrigoguedes.wordpress.com/2010/10/08/alfabeto-grego/>